بسم الله الرحمن الرحيم

إيجاد الدالة من خلال معرفة بعض نقاطها للدوال ذات المتغيرين الجبرية

المهندس كامل عبد علي الطرفي

١٩٨٦

نستقبل ارائكم ومقترحاتكم على عنوان البريد الاكتروني التالي

kamil_abidali@yahoo.com

الاهداء

الى كل مختص في علم الرياضيات

الى كل مختص في العلوم الطبيعية

الى كل انسان ممكن ان يستفيد

اهدي عملي هذا راجيا من الله

تعالى ان يوفق الباحثين للاستفادة

منه وتطويره.

المقدمة

تم إعداد هذا البحث خلال عام ١٩٨٦م خلال المرحلة الثالثة في قسم هندسة المكائن والمعدات في الجامعة التكنولوجية ، ويشمل عدة طرق لإيجاد الدوال الرياضية ذات المتغيرين من خلال معرفة بعض الإحداثيات ، الطريقة الأولى هي التحليل المختلط والثانية التحليل بالفرق والثالثة بالقسمة المستمرة ، اضافة الى استكشاف الجذور والدوال الأسية .

والمقصود بالتحليل هو التحليل العددي بواسطة جداول عددية ، وسوف يتم شرح كل طريقة، كما يتضمن أمثلة توضيحية ، وكذلك برهان الطريقتان الأولى والثالثة وترك برهان الطريقة الثانية لأنها مشابهة تماما الى الطريقة الأولى. كما ويتضمن البحث بعض التطبيقات العملية لهذه الطرق ،

ان البحث يتناول الدوال التي تقع ضمن الصيغة العامة التالية :-

$$y(x) = ax^{(n)} + b\,x^{(n-1)} + cx^{(n-2)} + dx^{(n-3)} \ldots\ldots + I\,x^{(1)} + k$$

حيث (x,y) متغيران احدهما بدلالة الآخر ، وان $(a,b,c,d\ldots\ldots,k)$ أعداد صحيح أو نسبية (السالبة والموجبة) ، n =درجة المعادلة الأسية مثلا الأولى أو الثانية أو الثالثة ،،،، وتأخذ الأرقام ١،٢،٣ ،،،، على التوالي ،

كذلك يتناول الدوال الأسية ذات الصيغة العامة التالية :-

$$Y_{(x)} = c_1[e^\wedge(b_1x^n)] + c_2[e^\wedge(b_2x^{n-1})] + c_3[e^\wedge(b_3x^{n-2})] + \ldots\ldots c_n\, e^\wedge(b_nx) + c_{(n+1)}e^\wedge(b_{n+1})$$

حيث ان y,x متغيران احدهما بدلالة الآخر ، $c_1, c_2, c_3....$ أعداد ثابتة وكذلك $b_1, b_2, b_3...$ أعداد ثابتة أيضا ، n درجة المعادلة الأسية،
علما ان الطريقتين الاولى والثانية ليس فكرتان جديدتان تماما وانما لدينا اضافات على ما هو موجود سابقا من حيث طريقة ايجاد الدالة ودرجتها الأسية ومعاملات الدالة .

الطريقة الأولى

التحليل المختلط

هذه الطريقة تنفع اذا كانت الدالة بدون حد مطلق ، ويتم في هذه الطريقة كتابة المتغيرات (x,y) في جدول حيث يمثل العمود الأول قيم x ويمثل العمود الثاني قيم y ، ويمثل العمود الثالث التحليل الأول A_1 ، ويتم الحصول عليها بقسمة (y/x) ، ويمثل العمود الرابع التحليل الثاني A_2 ، ويتم الحصول عليها بالفرق بين كل قيمتين متجاورتين في العمود الثالث ويمثل العمود الخامس التحليل الثالث ويتم الحصول عليها بالفرق بين كل قيمتين متجاورتين في التحليل الثاني ، وهكذا حتى نصل الى التحليل الأخير عندما تتساوى جميع القيم فيه

المثال الأول : $y= 2x^2+5x+0$

x	y	$A_1=Y/X$	A_2
0	0	-----	
1	7	7	
2	18	9	9-7=2
3	33	11	11-9=2
4	52	13	13-11=2

العمود A_1 يمثل التحليل الأول وهو ناتج من قسمة y/x ، اما العمود A_2 فيمثل مقدار الزيادة لكل رقم في التحليل الأول على الرقم الذي قبله من نفس التحليل ، ومن المعادلة نعلم ان معامل x^2 = a =2 ، ومعامل x= 5 والحد المطلق =0

وفي هذا المثال نرى ان الرقم 2 تكرر أكثر من مرة ، عند ذلك نتوقف عن التحليل أي لا داعي لاستخراج قيم التحليل الثالث ونلاحظ ان القيمة 2 المتكررة في العمود A_2 لها علاقة بمعامل X^2 وفي الحقيقة دائما تكون القيم المتكررة في التحليل الأخير لها علاقة بمعامل اكبر أس في الدالة ولجميع الدوال التي تقع تحت الصيغة العامة التالية :

$$y(x) = ax^{(n)} + b\,x^{(n-1)} + cx^{(n-2)} + dx^{(n-3)} \ldots\ldots + I\,x^{(1)} + k$$

وكما في الأمثلة التالية :-

المثال الثاني :

$$y=2x^3+5x \quad a=2,b=0,c=5,k=0$$

x	y	$A_1=Y/X$	A_2	A_3
0	0			
1	7	7		
2	26	13	13-7 =6	
3	69	23	23-13=10	10-6=4
4	148	37	37-23=14	14-10=4
5	275	55	55-37=18	18-14=4

في هذا المثال تظهر القيمة المتكررة في التحليل الثالث والتحليل الثالث هو عبارة عن تحليل التحليل الثاني كما هو موضح في الجدول أعلاه حيث ان التحليل الثالث هو عبارة عن مقدار الزيادة لكل قيمة من قيم A_2 على القيمة التي تسبقها، وكما في المثال الأول القيمة المتكررة لها علاقة بمعامل أكبر أس في الدالة X^3 ويمكن ان نقول لأي معادلة من الدرجة الثالثة :-

$A_3=2a$ حيث ان a هي معامل اكبر أس في الدالة كما ذكرنا .

المثال الثالث :-

$Y=X^4-5X$

ومن الصيغة العامة نجد ان: $a=1, b=0 ,c=0, d=5, k=0$

x	y	$A_1=Y/X$	A_2	A_3	A_4
0	0				
1	-4	-4			
2	6	3	3-(-4)=7		
3	66	22	22-3=19	19-7=12	
4	236	59	59-22=37	37-19=18	18-12=6
5	600	120	61	61-37=24	24-18=6
6	1266	211	91	91-61=30	30-24=6

نلاحظ ان قيم A_4 لها علاقة بمعامل X^4 حيث ان : $A_4=6a$

المثال الرابع:-

ومن الصيغة العامة نجد $a=2,b=0\ ,c=0,d=0,k=0$ $\quad Y=2X^4$

ان:

x	y	$A_1=Y/X$	A_2	A_3	A_4
0	0				
1	2	2			
2	32	16	14		
3	162	54	38	24	
4	512	128	74	36	12
5	1250	250	122	48	12
6	2592	432	182	60	12

واضح في الجدول ان قيم A_2 هي عبارة عن الفرق بين كل قيمتين متجاورتين في A_1
وقيم A_3 هي الفرق بين كل قيمتين متجاورتين في A_2 وقيم A_4 هي عبارة عن الفرق بين كل قيمتين متجاورتين في A_3 . ونلاحظ ان :-

$$12=6*2 \Rightarrow A4=6a$$

المثال الخامس :-

$$Y=2X^4+4X^3+3X^2+5X+0$$

من الصيغة العامة نلاحظ ان: $a=2,b=4,c=3,d=5,k=0$

x	y	$A_1=Y/X$	A_2	A_3	A_4
0	0				
1	14	14			
2	86	43	29		
3	312	104	61	32	
4	836	209	105	44	12
5	1850	370	161	56	12
6	3594	599	229	68	12
7	6356	908	309	80	12

نلاحظ ان : $A_4=6a$

في الأمثلة (١-٦) السابقة نلاحظ ان :-

للمعادلة من الدرجة الثانية تظهر القيمة المتكررة في A_2

وللمعادلة من الدرجة الثالثة تظهر القيمة المتكررة في A_3

وللمعادلة من الدرجة الرابعة تظهر القيمة المتكررة في A_4

إذن لو كانت الدالة مجهولة وبعض نقاطها معلومة (وهي الغاية من البحث) يمكن التعرف على تلك الدالة عن طريق معرفة التحليل الذي تظهر فيه القيمة المتكررة ٠

ففي المثال الخامس مثلا ظهرت القيمة المتكررة في A_4 فنستنتج ان المعادلة من الدرجة الرابعة ثم نكتب الصيغة العامة للمعادلة من الدرجة الرابعة والتي هي:

$Y=ax^4 +bx^3+cx^2+dx^1+k$

ويمكن استخراج المعامل a من خلال العلاقة $A_4= 6a$ اما بقية المعاملات فيمكن إيجادها عن طريق تكوين مجموعة من المعادلات الآنية وذلك بتعويض قيم x,y من الإحداثيات (النقاط) المعطاة.

مَلاحِظ:-

1. **الطريقة السابقة تتضمن إيجاد المعاملات عن طريق المعادلات الآنية ولكن توجد طريقة تحليلية لإيجادها كما سيأتي شرحها في الصفحات القادمة.**
2. **طريقة التحليل المختلط تستخدم اذا كانت قيم المتغير Y كبيرة مما يؤدي الى صعوبة تحليلها بالفرق مباشرة لذلك نقوم بالتحليل الأول $A_1=Y/X$ لنجعل القيم صغيرة ثم نبدأ تحليلها بالفرق في التحليل الثاني والثالث ... وهكذا .**
3. **تكون هذه الطريقة أكثر ملائمة اذا كانت الدالة لا تحتوي على حد مطلق، اما اذا احتوت عى حد مطلق فتكون قيم التحليل الأخير لها غاية هي الاقتراب من قيمة المعامل (a) .**
4. **اما اذا لم نصل الى حل بهذه الطريقة نجرب الطريقة الثانية والتي هي التحليل بالفرق فقط بدون استخدام القسمة.**
5. **هذه الطريقة وكذلك الطريقة الثانية (التحليل بالفرق) تكون ناجحة عندما تكون قيم المتغير X متتالية ويزيد كل رقم على الذي يسبقه بكمية ثابتة فمثلا المتوالية**

0,1,2,3,4,5,6…… او المتوالية 2,4,6,8,10,…. او 7,8,9,10,11,…. او المتوالية 3,6,9,12,15,…. . او أي متوالية أخرى سالبة او موجبة ٠

الطريقة الثانية

التحليل بالفرق

اذا لم تنجح الطريقة الأولى في إيجاد حل نجرب الطريقة الثانية وكما في المثال التالي:

مثال ٦ $Y=2X^2+5X+3$

X	Y	$A_1=Y/X$	A_2
0	3		
1	10	10	
2	21	10.5	0.5
3	36	12	1.5
4	55	13.75	1.75
5	78	15.6	1.85
6	105	17.5	1.9
			$\longrightarrow 2$

١ – الطريقة الأولى (التحليل المختلط)

X	Y	A_1	A_2
0	3		
1	10	10-3=7	
2	21	21-10=11	11-7=4
3	36	36-21=15	15-11=4
4	55	55-36=19	19-15=4
5	78	78-55=23	23-19=4
6	105	105-78=27	27-23=4

٢ – الطريقة الثانية (التحليل بالفرق)

نلاحظ انه في حالة الحل بواسطة الطريقة الأولى نحتاج الى قيم أكثر للمتغير X حتى نحصل على a=2 كما هو واضح في التحليل الثاني A_2 ، لذلك تكون الطريقة الثانية انسب في حل المعادلات التي تحتوي على حد مطلق

ان الفرق بين الطريقتين هو اننا في الطريقة الثانية لا نستخدم التحليل الأول Y/X وانما نحلل بالفرق مباشرة كما هو واضح في المثال أعلاه.

الطريقة الثالثة

القسمة المستمرة

في هذه الطريقة نستمر بقسمة y/x وفيها تظهر قيمة التحليل الأخير مساوية لقيمة المعامل a وتستخدم في حالة وجود الحد المطلق او عدم وجوده.

مثال ٧:- $Y=2X^2$

X	Y	$A_1=Y/X$	$A_2=Y/X^2$
0	0		
1	2	2	2
2	8	4	2
3	18	6	2
4	32	8	2
5	50	10	2

مثال ٨:- $Y=2X^2 +5$

X	Y	$A_1=Y/X$	$A_2=Y/X^2$
0	5		
1	7	7	7
2	13	6.5	3.25
3	23	6.66	2.55
4	37	9.25	2.31
5	55	11	2.2
6	77	12.8	2.13
7	103	14.14	2.010204
100	20005	200.05	2.0005
10000	200000005	20000.0005	2.00000005

نلاحظ انه في حالة وجود حد مطلق فان قيم التحليل الأخير لها غاية هي الاقتراب من معامل اكبر أس في الدالة وفي مثالنا هذا القيمة تقترب من 2 والذي هو معامل X^2

بشكل عام فان قيم A_1 تستخرج من قسمة Y/X

قيم A_2 تستخرج من قسمة Y/X^2

قيم A_3 تستخرج من قسمة Y/X^3 ٠٠٠٠ وهكذا

مثال ٩:- $Y=2X^3$

X	Y	A_1	A_2	A_3
0	0			
1	2	2	2	2
2	16	8	4	2
3	54	18	6	2
4	128	32	8	2
5	250	50	10	2

مثال: ١٠ $Y=2X^3+2$

x	y	A1	A2	A3
0	2			
1	4	4	4	4
2	18	9	4.5	2.25
3	56	18.66	6.22	2.07
4	130	32.5	8.125	2.03
5	252	50.4	10.08	2.01
				$\rightarrow 2$

مثال ١١:- $Y=2X^2+3X+5$

X	Y	A1	A2
0	5		
1	10	10	10
2	19	8.5	4.25
3	32	10.6	3.55
4	49	12.25	3.06
5	70	14	2.8
6	95	15.83	2.63
			$\longrightarrow 2$

نلاحظ انه في حالة وجود حد مطلق فانه يجب الاعتماد على الاستقراء للعمود الأخير عندما نرى الأرقام تقترب من غاية معينة.

ان قيم:

$A_1= Y/X$

$A_2=Y/X^2$

$A_3=Y/X^3$

وهكذا

وتنفع طريقة القسمة المستمرة في إيجاد بعض الدوال التي تحتوي على الجذور:

الجذور

في طريقة القسمة المستمرة يمكن ان نقسم X/Y عندما تكون قيم X اكبر من قيم Y كما في حالة الجذور.

مثال ١٢:- $Y=X^{(1/2)}$

وتقرأ X مرفوعة للقوة 1/2 وهي صيغة أخرى للجذر التربيعي لـ (X)

X	Y	$A_1=X/Y$	$A_2=X/Y^2$
0	0		
1	1	1	1
4	2	2	1
9	3	3	1
16	4	4	1
25	5	5	1
36	6	6	1

و يمكن تحليل المعادلة التي تحتوي على جذر بالطريقة الأولى والثانية ، كما في طريقة التحليل بالفرق حيث نطرح هذه المرة كل قيمة من قيم x من القيمة التي تليها كما في الجدول التالي:

X	Y	A_1	A_2
0	0		
1	1	1-0=1	
4	2	4-1=3	2
9	3	9-4=5	2
16	4	16-9=7	2
25	5	25-16=9	2
36	6	36-25=11	2

وفي الطريقتين نلاحظ ان التحليل الأخير له علاقة بقيمة الجذر (التربيعي هنا) ، ففي هذين المثالين ظهرت القيمة الثابتة في التحليل الثاني للدلالة الجذر التربيعي . وعندما يكون الجذر تكعيبي يكون التحليل الأخير هو الثالث ٠٠٠٠ وهكذا

مثال ١٣: الجذر التكعيبي (بطريقة القسمة المستمرة)

$$Y=X^{1/3}$$

x	y	x/y	x/y^2	x/y^3
0	0			
1	1	1	1	1
8	2	4	2	1
27	3	9	3	1
64	4	16	4	1
125	5	25	5	1
216	6	36	6	1

مثال ١٤:نفس المثال ١٢ ، نأخذ قيم x متتالية $y=x^{1/2}$

X	Y	$A_1=X/Y$	$A_2=X/Y^2$
0	0		
1	1	1	1
2	1.414	1.414	1
3	1.732	1.732	1
4	2	2	1
5	2.236	2.236	1
6	2.449	2.449	1

مثال ١٥: $y=(3x)^{1/2}$

X	Y	$A_1=X/Y$	$A_2=X/Y^2$
0	0		
1	1.732	0.577	0.333
2	2.449	0.816	0.333
3	3	1	0.333
4	3.464	1.154	0.333
5	3.872	1.290	0.333
6	4.242	1.414	0.333

مَلاحِظ :-

١-في طريقة القسمة المستمرة عندما تكون المعادلة ذات حدود كثيرة وفيها حد مطلق يتطلب معرفة نقاط أكثر للوصول الى القيمة الثابتة في التحليل الأخير.

٢- وفي طريقة القسمة المستمرة لا يشترط ان تكون قيم x متتالية بالإضافة الى انه يمكن معرفة صيغة الدالة من خلال نقطتين فقط الا اننا نحتاج الى نقاط أكثر لغرض إجراء المعادلات الآنية كما سيأتي بيانه .

التعرف على الدوال الاسية

اذا كانت كل قيمة من قيم y تقبل القسمة على القيمة التي تسبقها فيمكن ان تكون المعادلة أسية.

ذات الصيغة العامة التالية :-

$$Y_{(x)} = c_1[e\text{^}(b_1x^n)] + c_2[e\text{^}(b_2x^{n-1})] + c_3[e\text{^}(b_3x^{n-2})] + \ldots\ldots c_n\, e\text{^}(b_nx) + c_{(n+1)}e\text{^}(b_{n+1})$$

حيث ان y,x متغيران احدهما بدلالة الآخر ، $c_1, c_2, c_3 \ldots\ldots$ أعداد ثابتة وكذلك $b_1, b_2, b_3 \ldots$ أعداد ثابتة أيضا ، n درجة المعادلة الأسية .

اذا وجدنا ان قيم y ترتبط مع بعضها ارتباط منتظم نفكر ان الدالة اسية.

في هذه الطريقة يكون التحليل الاول A_1 ناتج من قسمة كل قيمة من قيم المتغير y على القيمة التي تسبقها من قيم y ايضا .

واما التحليل A_2 فينتج من قسمة كل قيمة من قيم A_1 على القيمة التي تسبقها في نفس التحليل . وهكذا بقية التحاليل .

مثال : $y = 2^{3x}$

x	y	A_1
1	8	
2	64	8
3	512	8
4	4096	8

بصورة عامة: القيمة الثابتة في التحليل الأخير لها علاقة بالحد الأول من المعادلة:

$$\boxed{A_n = e\text{^}(b_1 n!)}$$

A_1=e^($b_1$1!)
8=e^(b_1) $\Rightarrow 2^3$=e^(b_1)

لذلك توجد ما لا نهاية من قيم كل من e,b_1 والتي تحقق الحل. لذلك الافضل نختار القيمة المعروفة لـ e . ولو اخترنا e=2

$\Rightarrow 2^3$=2^(b_1) $\Rightarrow b_1$=2

ونقصد بـ A_n القيمة الثابتة في التحليل الأخير

البرهان:

Y_1=2^3X_1….. 1
Y_2=2^3X_2….. 2
Y_3=2^3X_3….. 3

نقسم: **Y2/Y1 = 2^3X_2/2^3X_1**

= 2^3(X_1+1)/2^3X_1= 2^3X_1*2^3 / 2^3X_1= 2^3

$\Rightarrow A_1$= 8

وهو المطلوب

مثال٢: **y=2^3x^3**

X	Y	A_1	A_2	A_3
0	1			
1	2^3			
2	2^{24}	2^{21}		
3	2^{81}	2^{57}	2^{36}	
4	2^{192}	2^{111}	2^{54}	2^{18}
5	2^{375}	2^{183}	2^{72}	2^{18}
6	2^{648}	2^{273}	2^{90}	2^{18}

بما ان القيمة الثابتة ظهرت في التحليل الثالث.

اذن : $n=3$

$n!=6$

$A_3=2^{18}$

وبما ان $A_n=$ $e^\wedge(b_1 n!)$

$\Rightarrow A_3=2^{18}=e^\wedge b_1(n!)$

$\Rightarrow 2^{18}=e^\wedge 6b_1$

$\Rightarrow 2^\wedge 6*3=e^\wedge 6b_1$

$\Rightarrow e=2\ ,\ b_1=3$

ويمكن البرهنة على ذلك بنفس طريقة البرهان السابقة

مثال٣: $y=5(2^\wedge 3x)$

x	y	A_1
1	5	
2	40	8
3	320	8
4	2560	8
5	20480	

بما ان القيمة الثابتة ظهرت في التحليل الاول A_1

اذن المعادلة من الدرجة الاولى في x **وان** $n=1$

$8=e^\wedge b_1(n!)$

$8=e^\wedge b_1$

وبهذا توجد ما لا نهاية من قيم $e\ ,\ b_1$ **فلو اخترنا** $e=2$

$\Rightarrow 2^3=e^\wedge b_1 \Rightarrow b_1=3$

إيجاد المعاملات وتعيين درجة المعادلة

فيما يلي جدول رقم (١)يوضح إيجاد المعامل a وللمعادلات من الدرجات المختلفة:

تحليل القسمة	تحليل الفرق	تحليل مختلط	درجة المعادلة
$A_1=a$	$A_1=a$		الأولى
$A_2=a$	$A_2=2a$	$A_2=a$	الثانية
$A_3=a$	$A_3=6a$	$A_3=2a$	الثالثة
$A_4=a$	$A_4=24a$	$A_4=6a$	الرابعة
$A_5=a$	$A_5=120a$	$A_5=24a$	الخامسة
$A_6=a$	$A_6=720a$	$A_6=120a$	السادسة
....etc	.......etc	$A_7=720a$	السابعة
$A_n=a$	$A_n=a\,(n!)$	$A_n=a[(n-1)!]$	الدرجة n (الصيغة العامة)

جدول رقم ١

وفي آخر الجدول الصيغة العامة[1] لإيجاد المعامل a بالاعتماد على الصيغة العامة للمعادلة الجبرية التي هي :-

y(x) = ax^(n) +b x^(n –1) + cx^(n-2) +dx^(n-3)……+ I x^(1) +k

في هذا الجدول العمود الثاني (المختلط) $A_1=a$ تعني انه عندما تكون المعادلة من الدرجة الأولى تظهر القيمة المتكررة في A_1 وقيمتها تساوي a ، اما $A_5=24a$ تعني انه في حالة المعادلة من الدرجة الخامسة تظهر القيمة المتكررة في A_5 وقيمتها تساوي 24a وهكذا بالنسبة لعموم الجدول .

اما بقية المعاملات (b,c,d,….,k) فيمكن ايجادها بواسطة تكوين عدد من المعادلات الآنية ، وكذلك يمكن ايجادها اذا عرفنا برهان الطرق السابقة.

برهان الطريقة الاولى (التحليل المختلط) بدون حد مطلق

نفرض X بدلالة n وكذلك Y بدلالة n ايضا حيث n عدد طبيعي وكما في الجدول المجاور . حيث X(n) = 3 عندما n=3

X(4) = 4 عندما n = 4 ،وهكذا

اذن $X_2=X_1+1$ و $X_3=X_2+1$ $X_4=X_3+1$ . . . وهكذا

١ – لا تنطبق الصيغة العامة على المعادلة من الدرجة الأولى لأنها لا تحتوي أصلا على تحليل بالفرق بل ينتهي التحليل بالعمود الأول الذي هو تحليل بالقسمة فقط (راجع أمثلة التحليل بالفرق)

نختار للبرهان معادلة من الدرجة الثالثة :-

$$Y=aX^3+bX^2+cX^1+0$$

ناخذ الفرضيات الموجودة في الجدول ادناه:

Y(n)	X(n)
Y(0)	X(0)=0
Y(1)	X(1)=1
Y(2)	X(2)=2
Y(3)	X(3)=3
Y(4)	X(4)=4
…etc	….etc

$$Y(n)=a[X(n)]^3+b[X(n)]^2+c[X(n)]^1+0$$

$$Y_1=a(X_1)^3+b(X_1)^2+c(X_1)^1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 1$$

$$Y_2=a(X_2)^3+b(X_2)^2+c(X_2)^1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 2$$

$$Y_3=a(X_3)^3+b(X_3)^2+c(X_3)^1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 3$$

التحليل الأول: $A_1=Y(n)/X(n)$

$$Y_1/X_1=a(X_1)^2+b(X_1)^1+c \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 4$$

$$Y_2/X_2=a(X_2)^2+b(X_2)^1+c \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 5$$

$$Y_3/X_3=a(X_3)^2+b(X_3)^1+c \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 6$$

التحليل الثاني: نطرح المعادلتين equ. (5) – (4)

$$A_2=a(X_2)^2+b(X_2)^1+c-a(X_1)^2-b(X_1)^1-c$$

ولكن $X_2=X_1+1$ **باعتبار ان قيم**x **متتالية**

$$\Rightarrow \quad A_2=a(x_1+1)^2+b(X_1+1)^1-a(X_1)^2-b(X_1)^1$$

$$\Rightarrow A_2=a[(X_1)^2+2(X_1)+1]+b[(X_1)+1]-a[(X_1)^2]-b(X_1)$$

$$\Rightarrow \quad A_2=a[2X_1+1]+b \quad \ldots\ldots\ldots\ldots 7$$

بنفس الطريقة نطرح المعادلتين

equ. (6) – (5)

$A_2=a[2X_2+1]+b$ ……………8

التحليل الثالث :- نطرح المعادلتين:- equ. (8)-(7)

$\Rightarrow A_3=a[2X_2+1]+b-a[2X_1+1]-b$

$\Rightarrow A_3=a[2(X_1+1)+1]-a[2X_1+1]$

$\Rightarrow A_3=2a$ وهومطابق لما ورد في الجدول رقم١.

من المعادلات 4,5,6

A_1 when $X=X_n=a(X_n)^2+b(X_n)^1+C$ ………..*1

ومن المعادلتين 7,8

A_2 when $X=X_n=a[2X_{n-1}+1]+b$ ……………*2

برهان المعادلة من الدرجة الرابعة بالتحليل المختلط بدون حد مطلق:

$Y=aX^4+b X^3+c X^2+d X^1+0$

$Y_1= a (X_1)^4+ b (X_1)^3+c (X_1)^2+d (X_1)^1+0$ ………..1

$Y_2= a (X_2)^4+ b (X_2)^3+c (X_2)^2+d (X_2)^1+0$ ………..2

$Y_3= a (X_3)^4+ b (X_3)^3+c (X_3)^2+d (X_3)^1+0$ ……….3

$Y_4= a (X_4)^4+ b (X_4)^3+c (X_4)^2+d (X_4)^1+0$ ……….4

$Y_5= a (X_5)^4+ b (X_5)^3+c (X_5)^2+d (X_5)^1+0$ ……….5

التحليل الأول A_1

$A_1= Y_1/X_1=a(X_1)^3 +b(X_1)^2+c(X_1)^1+d$ …………6

$A_1=Y_2/X_2= a (X_2)^3+ b (X_2)^2+c (X_2)1+d$ …………7

$A_1=Y_3/X_3= a (X_3)^3+ b (X_3)^2+c (X_3)^1+d$ ………….8

$A_1=Y_4/X_4= a\,(X_4)^3+ b\,(X_4)^2+c\,(X_4)^1+d$ 9

$A_1=Y_5/X_5= a\,(X_5)^3+ b\,(X_5)^2+c\,(X_5)^1+d$ 10

التحليل الثاني A_2 : نطرح المعادلة (6) من المعادلة (7)

$A_2= a\,(X_2)^3+ b\,(X_2)^2+c\,(X_2)1+d - a(X_1)^3 -b(X_1)^2-c(X1)^1-d$

وحيث ان: $X_2=X_1+1$

$\Rightarrow A_2= a(x_1+1)^3+b(x_1+1)^2 +c(x_1+1) – a(x_1)^3-b(x_1)^2-c(x_1)$

$\Rightarrow A_2=a[(x_1)^3+3(x_1)^2+3(x_1)+1]+b[(x_1)^2+2(x_1)+1]+c[x_1+1] –$
$a[(x1)^3]-b(x1)^2-cx1$

$\Rightarrow A_2=a[3(x_1)^2+3x_1+1]+b[2x_1+1]+c$ 11

بنفس الطريقة نطرح المعادلة (7) من المعادلة (8):

$A_2=a[3(x_2)^2+3x_2+1]+b[2x_2+1]+c$ 12

كذلك نطرح المعادلة (8) من المعادلة (9):

$A_2= a[3(x_3)^2+3x_3+1]+b[2x_3+1]+c$ 13

ونطرح المعادلة (9) من المعادلة (10):

$A_2=a[3(x_4)^2+3x_4+1]+b[2x_4+1]+c$ 14

التحليل الثالث A_3

نطرح المعادلة (11) من المعادلة (12):

$A_3= a[3(x_2)^2+3x_2+1]+b[2x_2+1]+c - a[3(x_1)^2+3x_1+1]-$
$b[2x_1+1]-c$

وحيث ان: $X_2=X_1+1$

$\Rightarrow A_3= a[3(x_1+1)^2+3(x_1+1)+1]+b[2(x_1+1)+1] –$
$a[3(x_1)^2+3x_1+1]- b[2x_1+1]$

$\Rightarrow A_3= a[3(x_1)^2+6x_1+3+3x_1+1]+b[2x_1+2+1]-$
$a[3(x_1)^2+3x_1+1]- b[2x_1+1]$

$\Rightarrow A_3=a[6x_1+6]+2b$ 15

بنفس الطريقة نطرح المعادلة (12) من المعادلة (13):

$\Rightarrow A_3=a[6x_2+6]+2b$ 16

وكذلك نطرح المعادلة (13) من المعادلة (14):

$\Rightarrow A_3=a[6x_3+6]+2b$ 17

التحليل الرابع A_4

نطرح المعادلة (15) من المعادلة (16):

$A_4= a[6x_2+6]+2b – a[6x_1+6]-2b$
$\Rightarrow A_4= a[6(x1+1)+6]- a[6x_1+6]$
$\Rightarrow A_4= 6ax_1+6a+6a-6ax_1-6a$
$\Rightarrow A_4= 6a$ 18

وهو مطابق للجدول رقم١.

وللتأكد أكثر نطرح المعادلة (16) من المعادلة (17):

$a[6x_3+6]+2b – a[6x_2+6]-2b$

وحيث ان: $X_3=X_2+1$ باعتبار قيم X متتالية

$\Rightarrow A_4= a[6(x_2+1)+6] – a[6x_2+6]$
$\Rightarrow A_4= 6a$

بصورة عامة للمعادلة من الدرجة الرابعة :

A_1 at $x_n= a(x_n)^3+b(x_n)^2+cx_n+d$ *3
A_2 at $x_n= a[3(x_{n-1})^2+3x_{n-1}+1]+b[2x_{n-1}+1]+c$ *4
A_3 at $x_n=a[6x_{n-2}+6]+2b$ *5

برهان المعادلة من الدرجة الخامسة بدون حد مطلق:

بنفس طريقة البرهان السابقة نجد انه للمعادلة من الدرجة الخامسة :

$$A_4 \text{ at } x_n = a[24x_{n-3}+36]+6b \qquad ....*6$$

$$A_3 \text{ at } x_n = a[12(x_{n-2})^2+24x_{n-2}+14]+b[6x_{n-2}+6]+2c \qquad ....*7$$

$$A_2 \text{ at } x_n = a[4(x_{n-1})^3+6(x_{n-1})^2+4x_{n-1}+1]+b[3(x_{n-1})^2+3x_{n-1}+1]+c[2x_{n-1}+1]+d \qquad ....*8$$

$$A_1 \text{ at } x_n = a(x_n)^4+b(x_n)^3+c(x_n)^2+dx_n+e \qquad ....*9$$

للتوضيح : عندما تكون المعادلة من الدرجة الرابعة وحيث n تمثل التحليل الأخير فان:

$A_4=A_n$
$A_3=A_{n-1}$
$A_2=A_{n-2}$
$A_1=A_{n-3}$

X	Y	A_1	A_2	A_3	A_4

وهكذا الحال بالنسبة لكافة المعادلات التي تقع ضن الصيغة العامة التي ذكرناها .

مثلا اذا كانت المعادلة من الدرجة الخامسة فان :

$A_4=A_{n-1}$
$A_3=A_{n-2}$

وهكذا

إذن بصورة عامة (في طريقة التحليل المختلط) يمكننا إيجاد المعامل a بواسطة القانون التالي: :

$$A_n= a[(n-1)!]$$

حيث ان A_n هي القيمة الثابتة في التحليل الأخير .

ويمكن إيجاد المعامل b (في طريقة التحليل المختلط) من قيم التحليل (A_{n-1}) ومن المعادلات التي اشرنا إليها بعلامة (*)

$$\boxed{A_{n-1}= a\{(n-1)!\, X_{m-(n-2)}+(n-2)[(n-1)!]/2\}+b[(n-2)!]}$$

حيث m تسلل قيمة x في الجدول

ويمكن ايجاد المعامل c من التحليل A_{n-2} والمعامل d من التحليل A_{n-3} ...

وهكذا وذلك بالاستعانة بالمعادلات التي اشرنا اليها بـ (*) ، ولكن انصح باستخدام المعادلات الآنية بدلا من ايجاد قانون لايجاد تلك المعاملات .

<u>مثال تطبيقي ١</u> : أوجد صيغة الدالة ومعاملاتها بطريقة التحليل المختلط اذا علمت النقاط التالية :

x	y
1	8
2	26
3	54
4	92

الحل : نعمل جدول للتحليل:

X	Y	A_1=X/Y	A_2
1	8	8	13-8=5
2	26	13	18-13=5
3	54	18	23-18=5
4	92	23	

نلاحظ ان القيمة الثابتة والتي مقدارها 5 ظهرت في التحليل الثاني

فنستنتج من خلال معرفتنا بالتحليل المختلط ان القيمة الثابتة اذا ظهرت في التحليل الثاني فان المعادلة من الدرجة الثانية . فنكتب صيغتها العامة :

$y=ax^2+bx+c$

ويمكن ان نعرف مقدار المعاملات a,b,c اما من خلال المعادلات الآنية وذلك بان نختار قيمة لـ x مع ما يقابلها لـ y من الجدول وللمعادلة من الدرجة الثانية نحتاج ثلاث معادلات كما هو معروف .

اما اذا استخدمنا القوانين :

فمن المعادلة: $A_n= a[(n-1)!]$

قيمة A_n هي 5 من الجدول اعلاه ودرجة المعادلة n هي 2 وبالتعويض:

$5=a[(2-1)!]$

فتكون $a=5$

ويمكن ايجاد المعامل b من القانون الذي ذكرناه:

$A_{n-1}= a\{(n-1)!\ X_{m-(n-2)}+(n-2)[(n-1)!]/2\}+b[(n-2)!]$

مثلا نختار من التحليل A_{n-1} وهو التحليل الاول القيمة الاولى والتي تساوي 8 والتي تقابل m=1

وبالتعويض

$8=5\{(2-1)!x_{1-(2-2)}+(2-2)[(2-1)!]/2\}+b[(2-2)!]$

وحيث ان: $x_1-(2-2)=x_1=1$

$\Rightarrow 8=5+b$

$\Rightarrow b=3$

نعوض قيمتي a,b في الصيغة العامة للمعادلة من الدرجة الثانية

$Y=5x^2+3x+c$

ولمعرفة قيمة c نعود الى الجدول ونأخذ اي قيمتين متناظرتين منه لكل من x,y مثلا 2 و 26

$\Rightarrow 26=5(2^2)+3(2)+c$

$\Rightarrow 26=20+6+c$

$\Rightarrow c=0$

فتكون النتيجة النهائية للمعادلة هي:

$Y=5x^2+3x$

مثال تطبيقي ٢: أوجد صيغة الدالة ومعاملاتها باستخدام الطريقة الثانية (التحليل بالفرق) اذا علمت النقاط التالية :

X	Y
0	3
1	10
2	21
3	36
4	55
5	78
6	105

الحل:

نعمل جدول التحليل بالفرق:

X	Y	A_1	A_2
0	3		
1	10	10-3=7	
2	21	21-10=11	11-7=4
3	36	36-21=15	15-11=4
4	55	55-36=19	19-15=4
5	78	78-55=23	23-19=4
6	105	105-78=27	27-23=4

نلاحظ ان الرقم 4 تكرر في التحليل الثاني A_2 ومن الجدول رقم 1 نعرف ان المعادلة من الدرجة الثانية وان:

$$A_2=2a\Rightarrow 4=2a\Rightarrow a=2$$

ويمكن استخراج قيمة a من القانون العام لإيجاده المذكور في نهاية الجدول رقم 1 :

$$A_n=a\,(n!)$$
$$\Rightarrow 4=a(2!)$$
$$\Rightarrow 4=a(2)\Rightarrow a=2$$

ثم نكتب الصيغة العامة للمعادلة من الدرجة الثانية $y=ax^2+bx+c$

ونعوض قيمة a : $y=2x^2+bx+c$

ثم نستخرج قيمة b:و c بواسطة المعادلات الآنية :

نأخذ زوج مرتب لـ x,y من الجدول مثلا:0,3

$$3=2(0)^2+b(0)+c$$
$$\Rightarrow c=3$$

نأخذ زوج مرتب اخر لـ x,y من الجدول مثلا:1,10

$$10=2(1)^2+b(1)+3$$
$$\Rightarrow b=10-5=5$$

اذن الصيغة النهائية للدالة المشتملة على النقاط المعطاة في السؤال هي:

$$y=2x^2+5x+3$$

مثال تطبيقي ٣

في إحدى التجارب التي يجريها طلاب الهندسة الميكانيكية لمعرفة تغير ضغط الهواء الذي يجري في انبوب دائري تم اخذ عدة قراءات للضغط ابتداءا من مسافة تبعد 2 ملم عن سطح الانبوب باتجاه مركز الانبوب الدائري وكل قراءة تبعد عن سابقتها بـ 1 ملم . فلاحظ احد الطلبة خلال القراءات الخمسة الاولى انه يمكن ايجاد علاقة رياضية تغني عن اجراء بقية التجارب.

فأوجد صيغة الدالة ومعاملاتها باستخدام الطريقة الثانية (التحليل بالفرق) اذا علمت النقاط التالية :

X/mm المسافة	Y/mmH2O الضغط مقدرا بـ ملم ماء
2	1.1
3	1
4	0.9
5	0.8
6	0.7

الحل :

نعمل جدول التحليل بالفرق:

X/mm المسافة	الضغط مقدرا بـ ملم ماء Y/mmH2O	A1
2	1.1	
3	1	1-1.1= -0.1
4	0.9	0.9-1= -0.1
5	0.8	0.8-0.9= -0.1
6	0.7	0.7-0.8= -0.1

نلاحظ ان القيمة الثابتة ظهرت في التحليل الاول ومن خلال الجدول رقم ١ نعرف ان المعادلة من الدرجة الاولى ومعامل X = 0.1-

فنكتب الصيغة العامة للمعادلة من الدرجة الاولى: $Y=-0.1X+C$

نأخذ زوج مرتب لـ x,y من الجدول مثلا 4,0.9

$$0.9=-0.1(4)+C$$
$$\Rightarrow C=1.3$$
$$\Rightarrow Y=-0.1X+1.3$$

الآن يستطيع الطالب ان يجري التجربة العاشرة مثلا ثم يقارن بين نتيجة التجربة وين ما يحصل عليه من المعادلة ليتبيّن مدى بقاء هذه المعادلة فعالة لإيجاد المطلوب .

مثال تطبيقي ٤

أراد شخص ان يتبيّن العلاقة بين قطر الدائرة ومحيطها فأخذ فرجالا ورسم دوائرا بأقطار 5,6,7,8,9,10 سم على التوالي ، ثم لفّ خيطا على كل دائرة فوجد الاطوال التالية: 15.714, 18.857, 22, 25.142, 28.285, 31.428 ثم اختار طريقة التحليل بالفرق

D= القطر	L= المحيط	A_1
5	15.714	
6	18.857	3.143
7	22	3.143
8	25.142	3.143
9	28.285	3.143
10	31.428	3.143

من التحليل الأول يعلم ان المعادلة من الدرج الأولى ومن الجدول رقم ١ يعلم ان معامل D يساوي 3.143 والتي تساوي النسبة الثابتة المعروفة فتكون المعادلة:

$$L = 3.143D + C$$

ويمكن بسهولة استخراج قيمة C باختيار زوج مرتب لـ D,L فتكون $C = 0$

$$L = 3.143D$$

لو ان شخصا آخر اختار أقطارا غير متتالية فان طريقة الفرق لا تنجح فيلجأ الى طريقة القسمة المستمرة ويحصل على نفس النتيجة .

<u>مثال تطبيقي ٥</u>

أوجد صيغة الدالة ومعاملاتها باستخدام الطريقة التي تراها مناسبة اذا علمت النقاط التالية:

X	Y
-2	-6
-1	10
0	8
2	22
3	74
5	358
10	2958
12	5132

الحل : نرى ان قيم x غير متتالية فنطبق طريقة القسمة المستمرة من خلال الجدول التالي:

X	Y	A_1	A_2	A_3
-2	-6	3	-1.5	0.75
-1	10	-10	10	-10
0	8			
2	22	11	5.5	2.75
3	74	24.66	8.22	2.74
5	358	71.6	14.32	2.86
10	2958	295.8	29.58	2.958
12	5132	427.66	35.63	2.969

نرى ان قيم التحليل الثالث A_3 لها غاية هي الاقتراب من 3 فنتوقع من خلال الجدول رقم 1 ان المعادلة من الدرجة الثالثة وان قيمة معامل x^3 =a= 3

نكتب الصيغة العامة للمعادلة من الدرجة الثالثة:

$$y=3x^3+bx^2+cx+d$$

نأخذ زوج مرتب لـ x,y من الجدول مثلا:0,8

$$8=0+0+0+d$$
$$\Rightarrow d=8$$

نأخذ زوج مرتب اخر لـ x,y من الجدول مثلا:-1,10

$$\Rightarrow 10=3(-1)^3+b(-1)^2+c(-1)+8$$
$$\Rightarrow 10+3-8=b-c$$
$$\Rightarrow 5=b-c$$
$$\Rightarrow b=5+c \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 1$$

نأخذ زوج مرتب اخر لـ x,y من الجدول مثلا: 2,22

$$22=3(2)^3+b(2)^2+c(2)+8$$
$$\Rightarrow 22-24-8=4b+2c$$
$$\Rightarrow -10=4b+2c \quad \ldots\ldots\ldots 2$$

بتعويض المعادلة 1 في 2 : $\Rightarrow$-

$$10=4(5+c)+2c$$

$$\Rightarrow -10/4=5+c+0.5c$$
$$\Rightarrow -10/4-5=1.5c$$
$$\Rightarrow -7.5=1.5\ c$$
$$\Rightarrow c=-7.5/1.5$$
$$\Rightarrow c=-5$$

نعوض قيمة c في المعادلة 1 نستنتج ان:

$$b=0$$

اذن تصبح المعادلة هي :

$$y=3x^3-5x+8$$

طريقة خاصة لإيجاد المعاملات في طريقة القسمة المستمرة

في طريقة القسمة المستمرة يمكن معرفة المعاملات في بعض الاحيان من خلال تعويض ارقام كبيرة لـ x مثل

$$[10^1,10^2,10^3,10^4,10^5,10^6\ldots]$$

كما في المثال التالي:

$$Y=2x^2+5x+3 : a=2 , b=5 , c=3$$

عندما $x=10^3$

$$\Rightarrow y=2005003$$
$$A_2=y/x_2 = 2005003/1000 =2.005003$$

وواضح كيف ان المعاملات قد برزت خلال الرقم

والمهم هو انه اذا كانت احدى قيم y تحتوي على ارقام من 1 الى 9 وبين كل رقم واخر صفر او اكثر فيمكن معرفة المعاملات بسهولة .

وفي مثل هذه الأرقام يكون الحد المطلق في الأخير دائما ومعامل اكبر أس في الدالة في البداية بينما لا يمكن التمييز بين المعاملات في المعادلة المنقوصة (أي التي عدد حدودها اقل من عدد حدود المعادلة العامة)

مثلا :معادلة تامة من الدرجة الثالثة: $3x^3 + 6x^2 + x + 3$

معادلة ناقصة من الدرجة الثالثة:

3x2 + x +3

فعند تعويض الرقم x=100 في المعالة المنقوصة :

y/x3 = 3.000103

فيكون الاشتباه هنا في الرقم 1 حيث يمكن ان يكون معامل x^2 او معامل x ، ويمكن معرفة الحقيقة من خلال التعويض على سبيل المثال بنقطة واحدة على الاقل

وفي هذه الطريقة بعض المصاعب الاخرى اذا كانت المعاملات ارقام كبيرة اكبر من 9 ففي هذه الحالة يجب الانتباه في معرفة المعامل والصعوبة ناتجة عن عدم التمييز بين (... 9,90,91,92) مثلا .

برهان طريقة القسمة المستمرة

عندما تكون المعادلة خالية من الحد المطلق كما في المثال ٩:

$$y=2x^3$$

فان:

$A_1 = y/x = 2x^2$

$A_2 = y/x^2 = 2x$

$A_3 = y/x^3 = 2$

لذلك تظهر نتيجة التحليل الثالث مطابقة لمعامل x^3 اي: $a = 2$

اما اذا كانت المعادلة تحتوي على حد مطلق مثل: $y=ax^2+bx+c$

مثل: $y=2x^2+1x+3$

X	Y	A1	A2
0	3		
1	6	6	6
2	13	6.5	3.25
3	24	8	2.66
4	39	9.75	2.43
5	58	11.6	2.32
10	213	21.3	2.13
100	20103	201.03	2.0103
1000	2001003	2001.003	2.001003

نلاحظ ان قيم A_2 لها غاية هي الاقتراب من 2 اي $a=2$ كما ي الجدول1

ونلاحظ ايضا ان قيمة الكسر في A_1 تساوي c/x

مثلا عندما $x=4$ في المثال السابق فان A_1 عند $X_4 = 9.75$

$\Rightarrow 0.75=C/X=c/4$

$\Rightarrow c=4*0.75=3$

والسبب في ذلك هو :

$$\mathbf{A_1=y/x} = ax+b+c/x$$

فاذا كانت جميع المعاملات اعداد صحيحة فالكسر هو ناتج عن قسمة c/x

وبنفس الطريقة **$y=a+b/x+c/x^2$**

وفي A_2 عند X10 نجد ان **A2=2.13**

$$\Rightarrow 0.13=b/x+c/c^2$$
$$\Rightarrow b/x+3/100=0.13$$
$$\Rightarrow b=1$$

وفي هذه الطريقة يجب ان تظهر عدة قيم لكل معامل(اي لعدة قيم من x)فاذا ظهرت النتائج متشابهة او متساوية فالتحليل يكون صحيح.

التطبيقات والفائدة العملية

توجد لهذه الطرق فوائد كثيرة جدا فهي تفيد في اي دراسة او تجربة تتضمن تسجيل نتائج رقمية حيث يمكن التنبؤ بالنتائج الكلية ووضعها في صيغة معادلة رياضية بمجرد تسجيل نتائج قليلة ، كما بيّنا في بعض الأمثلة السابقة .

تطبيق حول علم الفلك

فبالنسبة لكواكب المجموعة الشمسية توجد علاقة حسابية معروفة تربط بين ابعاد الكواكب عن بعضها، ففي القرن الثامن عشر الميلادي، تمكن احد علماء الفلك من التوصل إلى أن أبعاد الكواكب السيارة عن الشمس لم يأت اعتباطا وذلك بعد أن وجد أن الكواكب السيارة تبتعد عن الشمس على شكل متوالية حسابية، تبدأ من الصفر، ثم مضاعف الرقم ٣، ويتم جمع المضاعف الناتج مع الرقم ٤ وتقسيم الناتج على ١٠، فيكون الناتج هو مقدار بعد الكوكب عن الشمس بالوحدات الفلكية، والوحدة الفلكية هي وحدة قياس تستخدم في تقدير أبعاد الكواكب السيارة عن بعضها وعن الشمس، وتساوي ١٥٠ مليون كيلومتر تقريباً، أي متوسط بعد الأرض عن الشمس.

اما بواسطة طريقة القسمة المستمرة فسنجد علاقة تربط بين بعض كواكب المجوعة الشمسية وكما يلي :

نختار ترقيم للمجموعة الشمسية ونعطي للشمس رقم ١ وعطارد الرقم ٢ والزهرة ٣ والأرض ٤ ... وهكذا . كما مبين في الجدول.

ونعطي الأبعاد ونعتبر بُعد الشمس صفرا باعتبارها نقطة الأساس ، فسنجد انه في التحليل الرابع تظهر النتائج متقاربة لاربعة من الكواكب وهي:

اسم الكوكب	X رقمه	Y معدل بعده عن الشمس بملايين الأميال	$A_1=Y/X$	$A_2=Y/X^2$	$A_3=Y/X^3$	$A_4=Y/X^4$
الشمس	1	0	0	0	0	0
عطارد	2	36	18	9	4.5	2.25
الزهرة	3	67	22.33	7.44	2.48	0.827
الارض	4	93	23.25	5.81	1.453	**0.36328**
المريخ	5	141.5	28.3	5.66	1.132	0.2264
المشتري	6	483	80.5	13.41	2.236	**0.37268**
زحل	7	886	126.57	18.08	2.583	**0.36901**
اورانوس	8	1783	222.87	27.85	3.48	**0.4353**
نبتون	9	2793	310.3	34.48	3.83	**0.4256**
بلوتو	10	3666	366.6	36.66	3.666	**0.3666**

الأرض والمشتري وزحل و بلوتو ، وتقترب منها مع فارق بسيط كل من كوكبي اورونوس ونبتون ، ومن التحليل الرابع وبالرجوع الى الجدول رقم واحد نعرف ان ابعاد هذه الكواكب الأربعة تخضع الى معادلة من الدرجة الرابعة وان معدل المعامل $a=0.36789$

نكتب الصيغة العامة للمعادلة من الدرجة الرابعة:

$$y=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$$

ومن خلال المعادلات الآنية نعرف ان المعادلة غير منقوصة اي تامة الحدود ولكن من خلال التجربة وجدنا ان الحدود الأربعة الأخيرة يلغي بعضها بعضا تقريبا .

وبشكل تقريبي ومقبول يكفي الصيغة التالية :

$\underline{\mathbf{Y=0.36789X^4}}$

والتي تعني ان معدل البعد التقريبي للكواكب الاربعة عن الشمس بملايين الاميال يعرف من خلال هذه المعادلة .

كذلك من خلال جدول التحليل السابق وكما ذكرنا نرى ايضا ان هناك كوكبان اخران يخضعان لمعادلة من الدرجة الرابعة ايضا وهما كوكبا اورانوس ونبتون

وان معدل المعامل $a=0.43045$

ويمكن ايجاد المعادلة من خلال المعادلات الآنية كذلك

ان اي باحث فلكي اذا استخرج المعادلتين الدقيقتين يمكن ان يستفاد منهما في دراسة بعض الخواص المشتركة بين تلك الكواكب المشتركة او لربما اكتشاف كواكب بعديدة او كويكبات تخضع إبعادها لنفس المعادلتين .

ومن التطبيقات التي يمكن الاستفادة منها بهذا البحث هي في مجال العلوم الزلزالية فمن المحتمل عند دراسة العلاقة بين زمن حدوث الهزات الارضية في منطقة معينة ان نجد علاقة رياضية يمكن بواسطتها التنبأ بزمن حدوث الهزات القادمة بشكل تقريبي .

التطبيق في المتواليات الهندسية

في المتواليات الهندسية نحتاج الى وضع صيغة عامة للمتوالية

مثلا : مفكوك جيب الزاوية

$Sinx=x/1!-x^3/3!+x^5/5!-x^7/7!+.....$

نرقم الحدود :1,2,3,4,5 بحيث رقم 1 للحد الاول ورقم 2 للحد الثاني وهكذا. ثم نعمل جدول بكل من (أس الحد k ورقم الحد z) وباستخدام طريقة التحليل بالفرق ،كما يلي :

z	k	A_1
1	1	
2	3	2
3	5	2
4	7	2

ظهور الرقم المتكرر في A_1 تعني ومن خلال الجدول رقم 1 ان المعادلة من الدرجة الاولى وان معامل z يساوي 2

نكتب الصيغة العامة للمعادلة من الدرجة الاولى:

$k=2z+c$

نعوض بزوج مرتب لكل من z,k مثلا (3,5)

$5=2*3-c$
$\Rightarrow c=-1 \Rightarrow k=2z-1$

Exp.sinx= $$\sum_{Z=1}^{\infty} \frac{x^{2Z-1}}{(2Z-1)!} \cdot -1(-1)^{Z}$$

حيث ان الجزء الاخير اي $-1(-1)^{z}$ يستنتج شفهيا للدلالة على ان الحد الفردي موجب والزوجي سالب

ولهذا فان استخدام هذه الطرق اسهل من الاستقراء الرياضي

تم بحمد الله تعالى نسأل الله تعالى ان يوفق الباحثين للاستفادة منه

واخر دعوانا ان الحمد لله رب العالمين والصلاة والسلام على اشرف الخلق اجمعين محمد واله الطاهرين واصحابه الصالحين.

المهندس

كامل عبد علي الطرفي

الجامعة التكنولوجية

١٩٨٦